



Universidad de Alcalá

Departamento de Electrónica



Tecnología Electrónica

Ejercicios

Capítulo 7: **‘Estabilidad y compensación’**

Referencias:

Problemas propuestos por profesores del Departamento de Electrónica de la UAH.

Circuitos Electrónicos. Análisis simulación y diseño, de Norbert R. Malik.

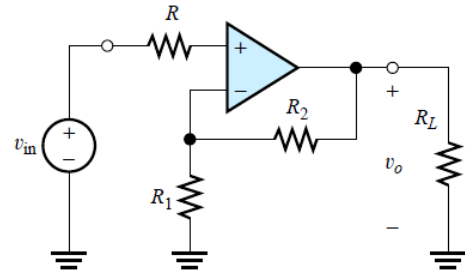
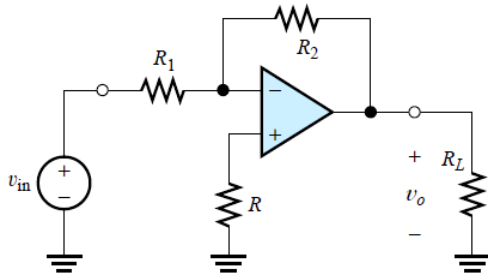
Versión: 2016/11/30

Control de versiones

- 2016-11-23: versión inicial.
- 2016-11-30: inclusión de las resoluciones de los ejercicios E-1 a E-4. Modificado el enunciado del E-3 para incluir el estudio de su estabilidad.

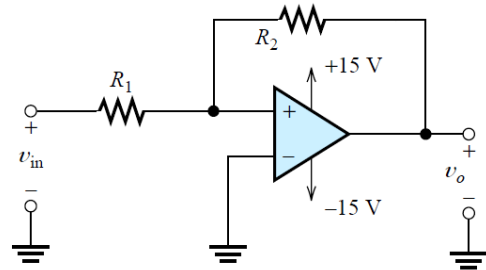
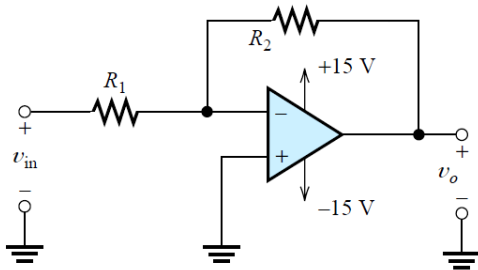
Sección 1: determinación de L , en casos de interés.

E-1.- En las figuras siguientes se muestran un amplificador inversor y otro no-inversor contruidos con un AO de características ideales, salvo su ganancia diferencial (A_d), su tensión de offset (V_{IO}) y una corriente de polarización (I_B).



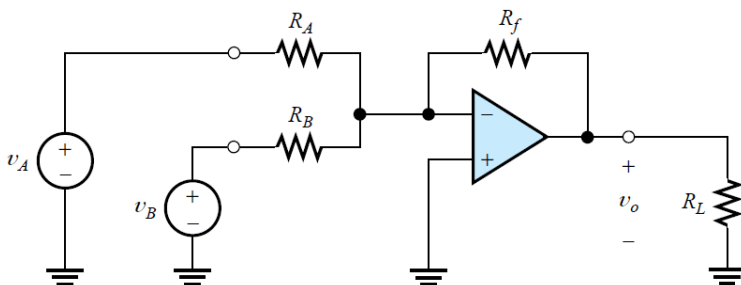
- ¿Qué función desarrolla el resistor R en cada caso? Determine su valor en cada uno de ellos.
- Obtenga la ganancia de lazo, L , en ambos casos.

E-2.- En las figuras siguientes se muestran dos circuitos con AO de funciones muy diferentes: un amplificador inversor y un comparador con histéresis. El AO usado en ambos casos es de características ideales, salvo una ganancia diferencial de valor A_d .



- Obtenga la ganancia de lazo, L , en ambos casos.
- Demuestre que el sentido de la Realimentación es el apropiado para cada aplicación: negativa para el amplificador y positiva para el comparador con Histéresis.

E-3.- Se quiere analizar la estabilidad del circuito sumador inversor de la figura siguiente, en donde se usa un AO de características ideales salvo su ganancia A_d . Represente, en un diagrama de Bode, su ganancia de lazo, $L(\omega)$, y determine la estabilidad del sumador usando su Margen de Fase.



Resistores:

$$R_A = 1\text{k}\Omega, R_B = 3\text{k}\Omega, R_f = 10\text{k}\Omega, R_L = 5\text{k}\Omega.$$

Datos del AO:

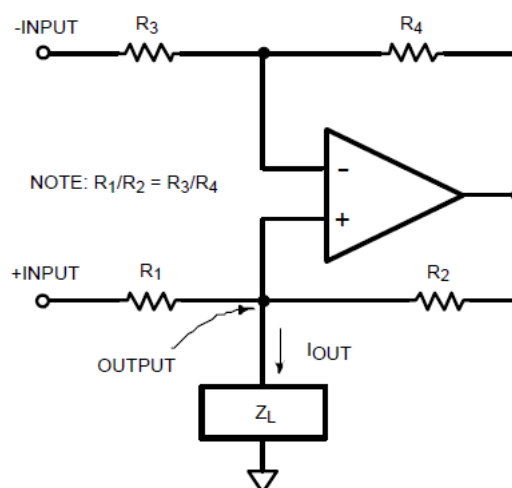
$$A_{dm} = 80\text{dB}$$

Polos en 1kHz, 20kHz y 1MHz

E-4.- El circuito convertidor V-I de la figura adjunta, conocido como ‘circuito Howland’, se usa para obtener, sobre una carga Z_L conectada a masa, corrientes de salida proporcionales a la tensión aplicada en sus entradas (+Input o -Input); esto es, en esencia, un amplificador de transadmitancia, A_Z .

En su momento se demostró que, para que el circuito funcione como generador de corriente, los resistores de realimentación deben cumplir la siguiente relación: $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$

Se consideró de partida, además, que la Realimentación es negativa, como condición imprescindible para funcionar como tal amplificador. Lo demostraremos ahora, para ello:



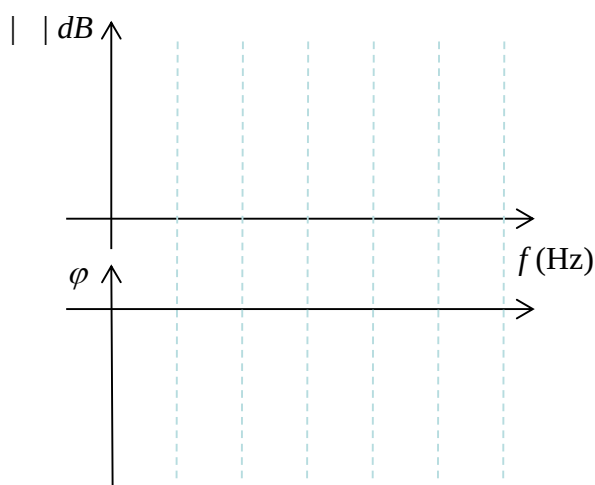
- Suponiendo que el AO usado es de características ideales, salvo una ganancia diferencial A_d , obténgase el valor de la ganancia de lazo, L . No olvide incluir a Z_L en sus cálculos.
- Demuéstrese, a partir de la expresión obtenida en el apartado anterior, que si se cumple la condición marcada ($R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$) la realimentación es negativa.

Sección 2: análisis simple de estabilidad.

E-5.- Se dispone de un amplificador de tensión, de ganancia: $A_v(\omega) = \frac{-5 \cdot 10^4}{250 + j\omega}$

Realimentándolo adecuadamente, se pretende conseguir un nuevo amplificador de tensión cuya ganancia en medias baje, tomando el valor $A_{fm} = -10$ (V/V). El amplificador así construido ¿será suficientemente estable?

E-6.- Se tiene un operacional cuya respuesta en lazo abierto tiene un único polo en $f_p = 10$ Hz y una ganancia en medias $A = 10^5$. Sus impedancias terminales pueden considerarse ideales. Este operacional se monta en configuración no inversora para obtener una ganancia en lazo cerrado y en frecuencias medias de 100



- Determine en qué frecuencia se cumple que $|A \cdot \beta| = 1$.
- Determine el margen de fase del amplificador realimentado.
- El amplificador no-inversor construido ¿es incondicionalmente estable?

Nota:

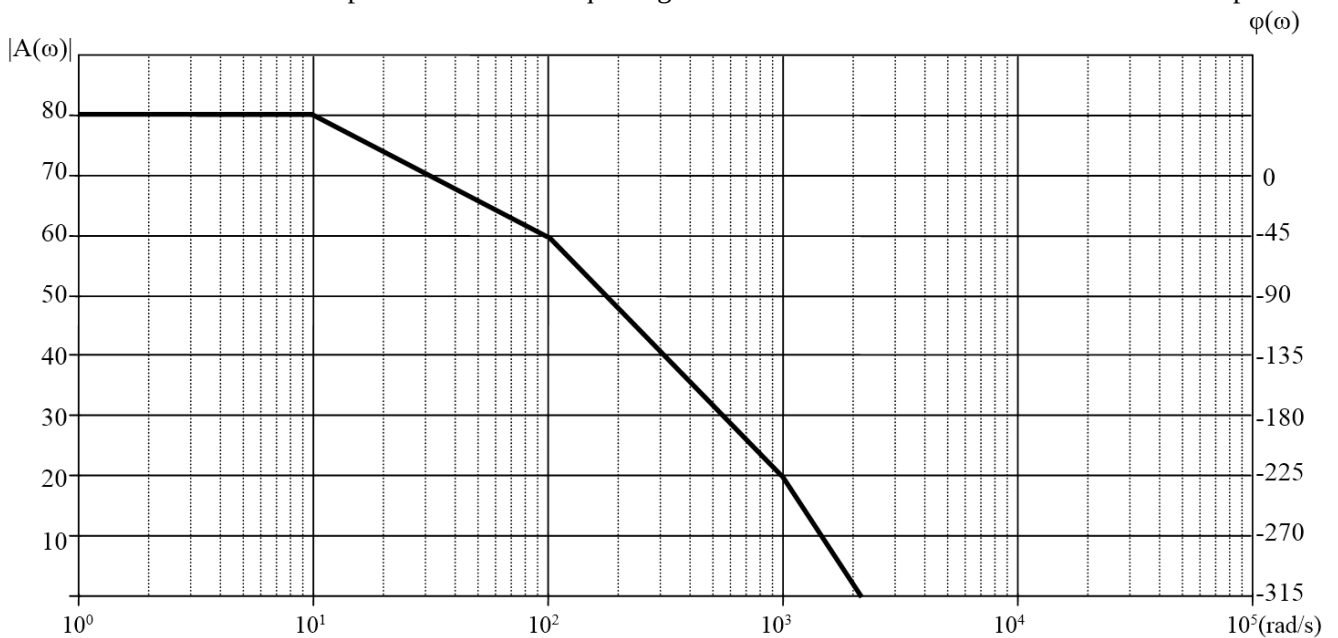
Para esta resolución, es aconsejable realizar un pequeño diagrama de Bode usando la plantilla adjunta al ejercicio.

E-7.- Estudie y justifique la estabilidad de los amplificadores que se pueden obtener realimentando con una beta constante de valor unitario ($\beta = 1$) los siguientes amplificadores:

$$A_1(s) = \frac{2 \cdot 10^4}{s + 200}$$

$$A_2(s) = \frac{10^8}{(s + 10)(s + 10^3)}$$

E-8.- Se tiene un amplificador cuyo módulo de ganancia en lazo abierto es el de la figura adjunta. Suponga que ahora se realimenta dicho amplificador de modo que la ganancia en lazo cerrado resulte ser de 50dB. Se pide:



- Trace sobre la figura la respuesta de fase del amplificador en lazo abierto.
- Indique sobre la figura los márgenes de ganancia y de fase. ¿Qué valores toman aproximadamente?
- Analice y comente la estabilidad del amplificador construido.

E-9.- Se dispone de un amplificador operacional ideal, AO, cuya respuesta en frecuencia en lazo abierto presenta un polo en 300Hz y una ganancia en baja frecuencia de 80dB. Con este AO se desea construir un amplificador de tensión, A_V , de ganancia 20.

- Determine el valor de la realimentación, β , necesaria.
- Diseñe, con resistores, la red β resultante y conéctela al AO. Tome como restricción adicional que la carga que presente esta red a la salida del AO debe ser superior a 10k Ω . [Nota: esto es necesario para evitar corrientes de salida mayores que las que pueda dar el AO]
- En un mismo diagrama de Bode, dibuje el módulo de la respuesta en frecuencia del AO y del amplificador realimentado, A_V . ¿Cuál sería, en Hz, el ancho de banda del amplificador A_V ?
- Razone si, con estos datos, el amplificador A_V sería suficientemente estable.

Sección 3: estabilidad y compensación.

E-10.- Un cierto amplificador operacional tiene una $A_0 = 80$ dB y polos en 1, 10 y 200kHz.

- Represente en un diagrama de Bode sus curvas aproximadas de ganancia y fase. ¿Cuál es su producto Ganancia-Ancho de Banda en lazo abierto?
- Con este operacional se construye un amplificador no-inversor. ¿Qué ganancia del mismo correspondería a un margen de fase de cero grados?
- Se pretende construir un amplificador no-inversor con ganancia de 50dB en lazo cerrado. Éste se compensa mediante desplazamiento de polos. ¿A qué frecuencia se debe encontrar el polo desplazado para que el margen de fase sea de 45°? ¿Qué producto Ganancia-Ancho de Banda se obtiene en este caso?

E-11.- Un amplificador sin realimentar, que no desfasa, tiene tres polos: uno simple en 100 kHz, y otro doble en 700 kHz; siendo su ganancia en medias 60 dB. Se realimenta con una red β ideal, real y positiva.

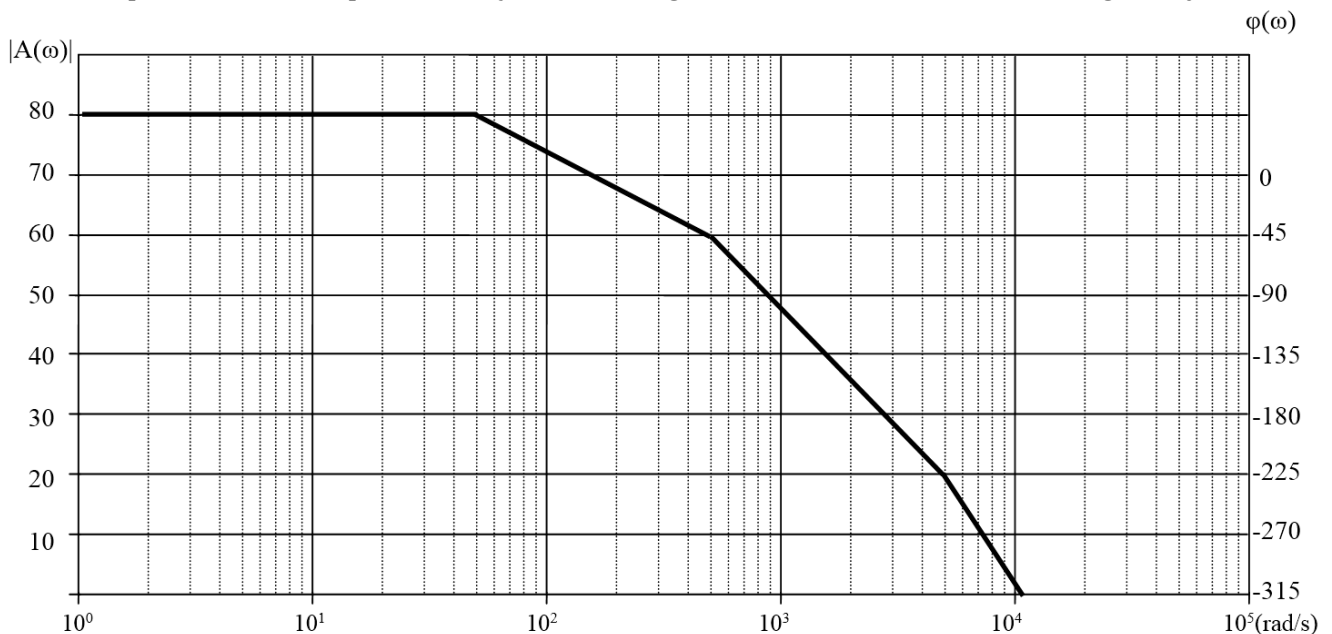
- Representar en un diagrama de Bode el módulo y la fase de la ganancia en lazo abierto.
- Hallar β para que el margen de ganancia sea de -10 dB.
- Con la β calculada anteriormente, se compensa agregando un nuevo polo. Si se desea que el margen de ganancia sea de +20 dB ¿Dónde habría que añadir el nuevo polo?

E-12.- Se dispone de un amplificador caracterizado por los siguientes parámetros:

- Ganancia en frecuencias medias, $A_m = 80\text{dB}$ (positiva), con polos en $f_1 = 200\text{Hz}$, $f_2 = 1\text{kHz}$ y $f_3 = 30\text{kHz}$.
- Todos los polos son independientes y no interaccionan entre sí.

- Dibuje, sobre un diagrama de Bode, la respuesta en lazo abierto del amplificador, en módulo y fase. Determine, de forma aproximada, los márgenes de ganancia y de fase que se obtendrían en el caso de ser realimentado con β unitaria. ¿Este amplificador sería incondicionalmente estable?
- Se desea una ganancia en lazo cerrado, A_f , de 25dB, por lo que se hace necesario compensar el amplificador. Se elige para ello la técnica de desplazamiento de polos, mediante las modificaciones necesarias sobre el circuito original (sin especificar). ¿Qué polo será el que se desplace y a qué frecuencia deberá ser trasladado para obtener una respuesta en lazo cerrado aceptable (margen de fase $\approx 45^\circ$)?

E-13.- Disponemos de un amplificador cuyo módulo de ganancia en lazo abierto es el de la figura adjunta.

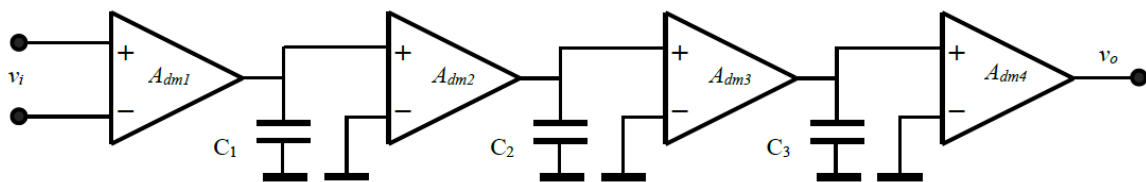


- Represente la fase de la respuesta en frecuencia en lazo abierto sobre la gráfica anterior.
- Si con este amplificador se construye un amplificador realimentado, calcule la ganancia del mismo en lazo cerrado para conseguir un margen de ganancia de 20dB.
- Suponga que ahora se realimenta dicho amplificador de modo que la ganancia en lazo cerrado sea de 20dB. ¿A qué frecuencia habría que desplazar uno de sus polos para conseguir un margen de fase de 45° ? Dibuje sobre el diagrama anterior el módulo de la ganancia de lazo tras la compensación.

E-14.- Se dispone de un amplificador de tensión cuyos parámetros, en frecuencias medias, son: $A_v = -3150(\text{V/V})$; $Z_e = 4\text{k}\Omega$; y $Z_s = 200\Omega$; y presenta polos (simples) en $f_1 = 50\text{kHz}$ y $f_2 = 1\text{MHz}$. Este amplificador se realimenta, con beta constante, para obtener una $A_{vf} = -10(\text{V/V})$.

- Represente en un diagrama de Bode la respuesta en frecuencia $A_v(f)$ en módulo.
- Sobre el mismo diagrama, represente la fase de la ganancia de lazo $L(f)$.
- Realice un estudio detallado de la estabilidad del amplificador realimentado y trate de encontrar gráficamente sus márgenes de ganancia y de fase. ¿Es suficientemente estable?
- Compense el amplificador mediante la técnica de adición de polo, tomando el criterio $\text{MF} = +45^\circ$. Obtenga, gráfica y analíticamente, el valor de la frecuencia a la cual debiera insertarse ese nuevo polo.

E-15.- (Ejercicio previo al E16) La figura adjunta muestra un amplificador de cuatro etapas. Cada etapa está formada por el mismo amplificador diferencial (símbolo igual al de un AO) con las siguientes características: $Z_i \rightarrow \infty$, $Z_o = 10\text{k}\Omega$, y $A_{dm} = +10 (\text{V/V})$. En algunas de las etapas se han dispuesto sendos condensadores con objeto de ajustar la respuesta en frecuencia del amplificador; sus valores son: $C_1 = 1\mu\text{F}$, $C_2 = 100\text{nF}$ y $C_3 = 10\text{nF}$.



- Dibuje el circuito equivalente completo del amplificador.
- Obtenga el valor de los parámetros en frecuencias medias del amplificador total: R_i , R_o y $A_{vm} = (v_o/v_i)$
- Obtenga la expresión de la ganancia de tensión total en función de la frecuencia: $A_v(s) = V_o(s)/V_i(s)$

E-16.- Supóngase que la ganancia del amplificador del ejercicio anterior (E-15) tuviese una $A_{vm} = 80\text{dB}$ y sendos polos (simples) en 200Hz , 2kHz y 20kHz . Dicho amplificador se realimenta con una beta ideal de valor $\beta = 0,1$.

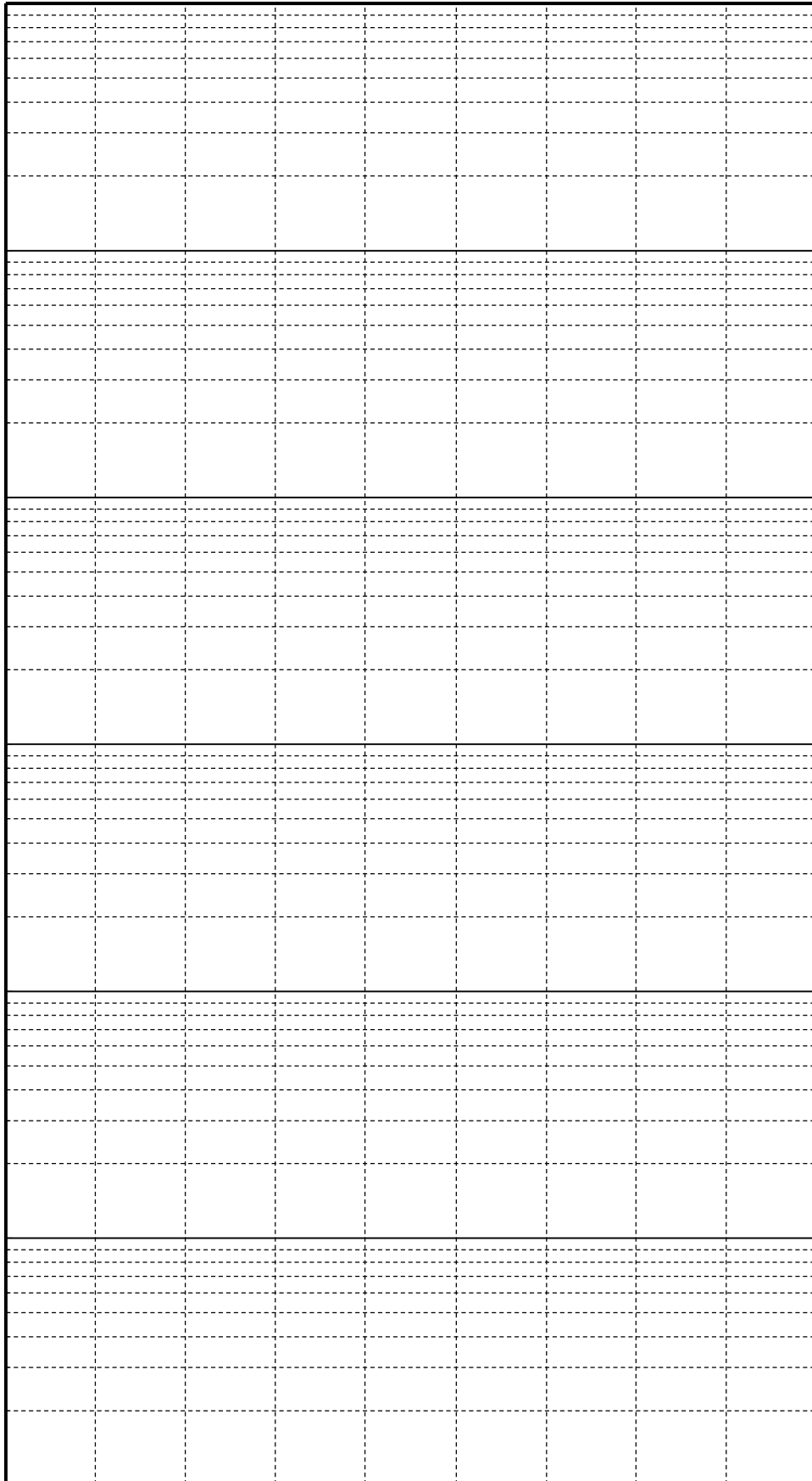
- En un diagrama de Bode dibuje el módulo y la fase de la ganancia de lazo $A\beta$.
- Obtenga el MG y el MF. ¿Será estable este amplificador realimentado?
- Utilizando el método de compensación por desplazamiento de polo, calcule la nueva posición a la que debería moverse el polo más bajo para obtener un $\text{MF} = 45^\circ$.
- Relacione el valor de los polos dados en este ejercicio con los obtenidos en el ejercicio anterior. Para poder desplazar el polo hallado en el apartado 'c', ¿qué condensador del amplificador del ejercicio E-15 habrá que modificar y qué valor debiera tener en este caso?

E-17.- Un cierto amplificador de tensión, A, posee una ganancia en medias de 80dB , y su respuesta en frecuencia presenta polos en 50kHz y en 1MHz , siendo este último (el de 1MHz) doble. Se quiere realimentar este amplificador para obtener finalmente un amplificador de ganancia $30 (\text{V/V})$.

- Determine el tipo de realimentación y el valor de la β necesaria para cumplir la especificación dada. Realice un esquema del circuito necesario (considere despreciables los efectos de carga de la red β).
- Estudie la estabilidad del amplificador. ¿Cuáles serían sus Márgenes de Ganancia y Fase?
- Para estabilizar el amplificador se usa la técnica de *adición de polo*. Determine a qué frecuencia debiera situarse dicho polo para obtener un Margen de Fase de aproximadamente 45° .
- Se plantea añadir al amplificador A el polo calculado en (c) mediante una célula RC, de primer orden, añadida en cascada a su salida. Dibuje el circuito resultante y calcule los valores de RC necesarios.

Plantilla en blanco para los diagramas de Bode solicitados en los ejercicios.

Dimensiones máximas: eje de frecuencias de 6 décadas; eje vertical en 9 divisiones.



Capítulo 7: **Estabilidad y Compensación**

Soluciones a los ejercicios propuestos

Sección 1: determinación de L , en casos de interés.

E-1.-

- a) El resistor R se usa para compensar el error debido a la corriente de polarización, I_B . Como se demostró en su momento, este error se reduce (o anula, si la corriente de offset I_{IO} fuese cero) cuando el valor de la resistencia en continua es el mismo en las dos entradas del AO.

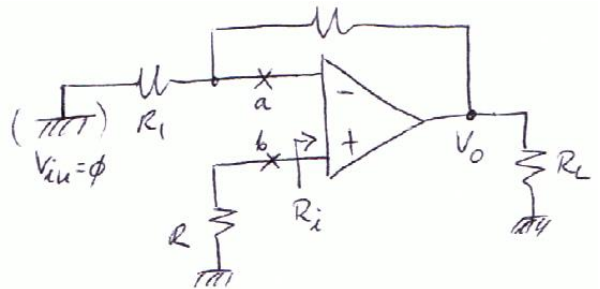
Por tanto, en ambos casos el valor adecuado es: $R = (R_1 || R_2) = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$

Nota: si se quisiera cancelar también la tensión de offset, habría que introducir algún elemento ajustable, pues el valor de V_{IO} no es predecible a priori.

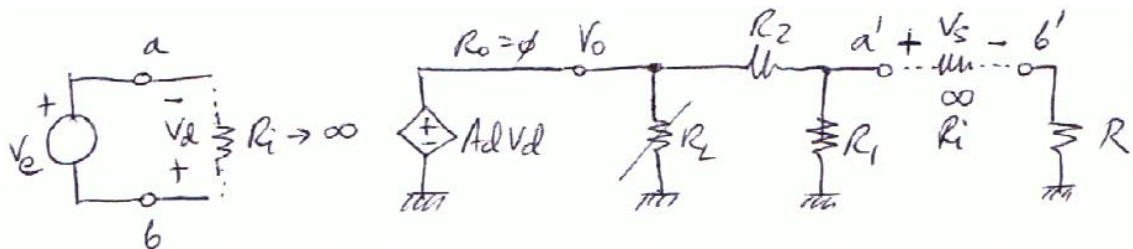
- b) Para calcular directamente la ganancia de lazo L en cada caso, hay que anular la excitación (generador) de entrada. En ambos casos se obtiene el mismo circuito. Se muestra a continuación el ejemplo del inversor:

Tenemos que abrir el lazo para tomar ese punto como entrada para la medida de L . Un punto muy favorable para ello es la entrada del AO (puntos a-b en la figura). Hay que ser muy cuidadoso para:

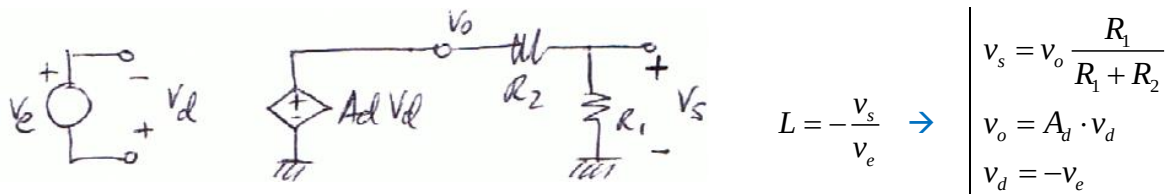
- Al abrir el lazo, mantener la polaridad del generador de prueba y la medida entre los puntos (a-b)
- Al final del lazo, mantener la carga vista entre los puntos (a-b), señalada como R_i en la figura.



Tras abrir el lazo, conviene “estirar” el circuito (redibujarlo) de tal manera que el generador de prueba esté a la izquierda (entrada’) y el punto de medida se encuentre a la derecha (salida’). En la siguiente figura se muestra el resultado de ‘abrir’ y ‘estirar’ el circuito. Se muestran esquemáticamente las resistencias de entrada y salida del AO que, al ser ideales (∞ y 0), permiten simplificar el circuito. Por ejemplo, R_L puede eliminarse al estar en paralelo con un generador ideal de tensión y R no ejerce efecto alguno, pues la corriente que lo atraviesa es cero:



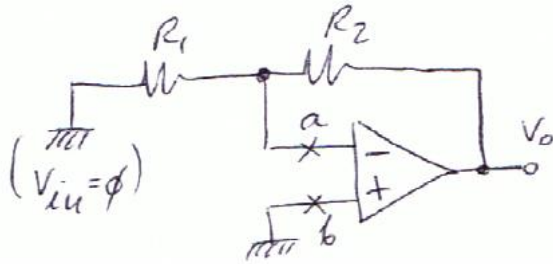
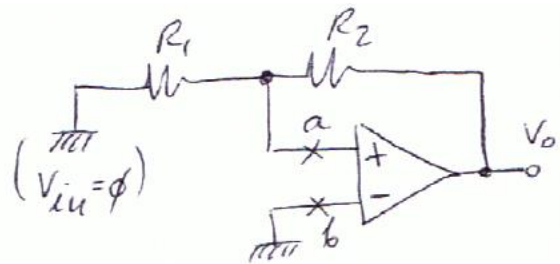
Tras simplificar el circuito (ver figura siguiente) calculamos sobre él el valor de la ganancia de lazo L :



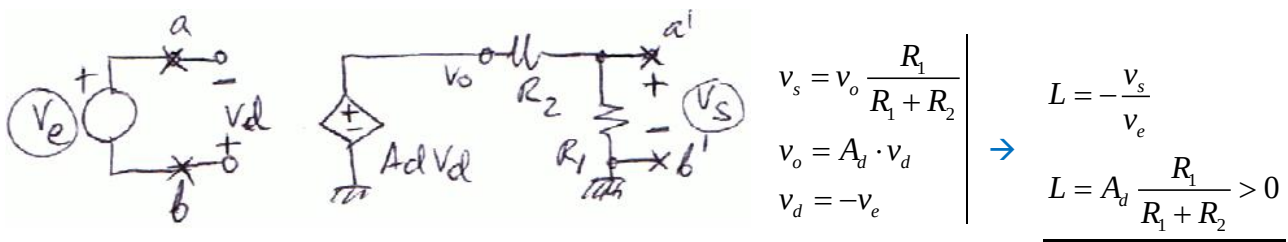
$$\boxed{L = -\frac{v_s}{v_e} = +A_d \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \rightarrow \text{se comprueba, por ser } L > 0, \text{ que la Realimentación es negativa.}$$

E-2.- Apartados a y b resueltos de forma conjunta.

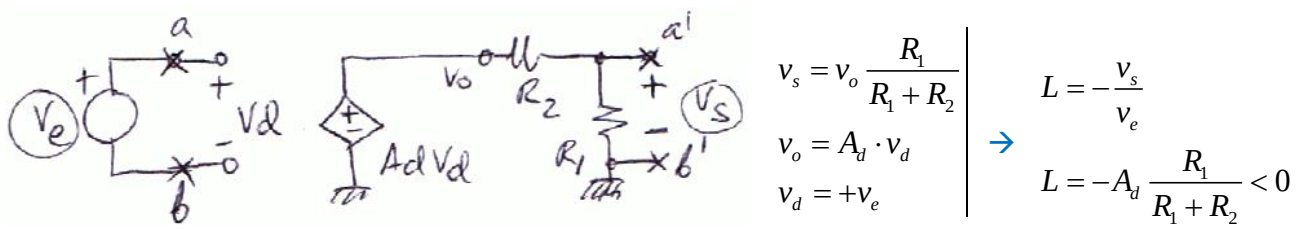
Aplicando los pasos generales para obtener L , primero anulamos la excitación en ambos casos y elegimos un punto de apertura del lazo. Un punto apropiado para dicha apertura (ver ejercicio E-1), es la entrada del AO. A continuación observamos cómo quedan ambos circuitos tras este paso:

*1-Amplificador Inversor**2-Comparador con Histéresis*

Tras elegir abrir el lazo entre los puntos (a-b), abrimos y estiramos el circuito con las precauciones habituales: mantener la polaridad y los efectos de carga en dicho punto de apertura. Una ventaja es que, al ser el AO ideal, la impedancia vista entre los puntos (a-b) es la de entrada del AO ideal, por tanto $R_i \rightarrow \infty$. Para el caso del amplificador inversor (1), el circuito equivalente con el lazo abierto sería el siguiente:



Comprobamos que la ganancia de lazo es positiva, por lo que la realimentación es negativa y puede funcionar como amplificador. Para el caso del comparador (2) el circuito equivalente tiene un mínimo cambio, pero trascendente, que es el signo de la entrada al AO:

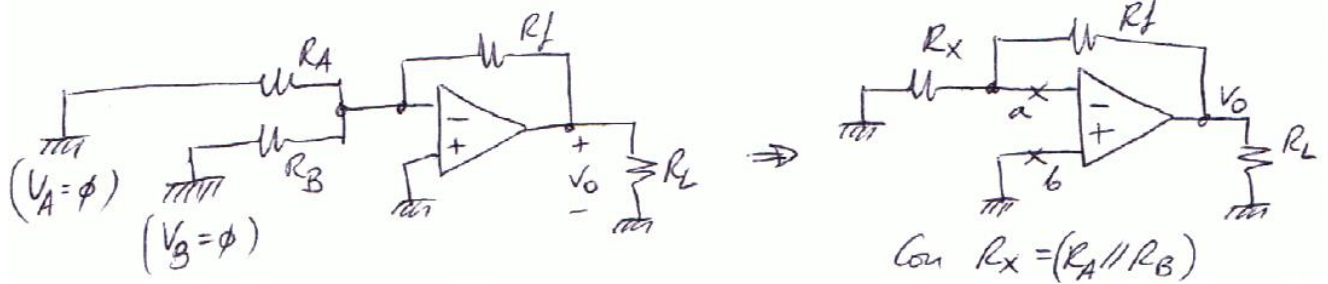


Tener una ganancia de lazo negativa implica una realimentación POSITIVA, por tanto NO PUEDE funcionar como amplificador $\rightarrow$ su salida es inestable $\rightarrow$ crecerá hasta la saturación, sea positiva o negativa, según las condiciones particulares de cada caso.

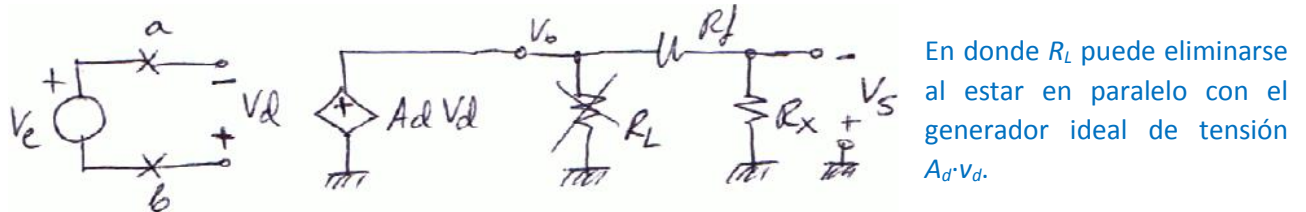
Al no poder funcionar como amplificador, no tendría sentido estudiar el comparador usando el modelo lineal del AO (con su A_d), por eso directamente se estudia usando el modelo del AO en saturación (con V_{OH} y V_{OL}).

E-3.-

Para hallar la ganancia de lazo L del sumador, anulamos primero los dos generadores de entrada (v_A y v_B). Como consecuencia de ello, los resistores R_A y R_B se encuentran en paralelo y pueden sustituirse por un solo resistor R_x de valor: $R_x = (R_A \parallel R_B) = (1k\Omega \parallel 3k\Omega) = 0'75k\Omega$



Si abrimos el lazo entre los puntos (a-b), el circuito resultante para determinar L sería:



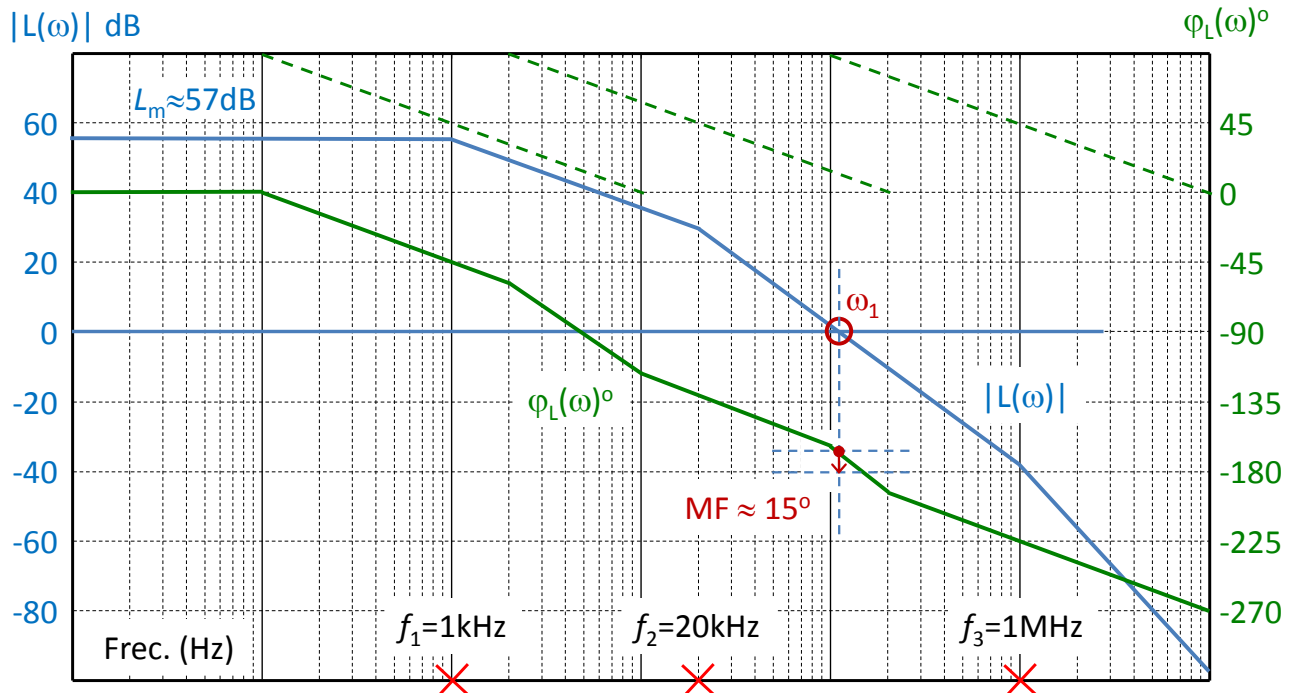
En donde R_L puede eliminarse al estar en paralelo con el generador ideal de tensión $A_d V_d$.

$$L = -\frac{v_s}{v_e} = +A_d \frac{R_x}{R_x + R_f} = A_d \frac{750}{750 + 10k\Omega} = A_d \cdot 0.07 \rightarrow L(s) = A_d(s) \cdot 0.07$$

$$A_d(s) = \frac{A_m}{\left(1 + s/\omega_1\right)\left(1 + s/\omega_2\right)\left(1 + s/\omega_3\right)} \rightarrow L(s) = \frac{A_m \cdot 0.07}{\left(1 + s/\omega_1\right)\left(1 + s/\omega_2\right)\left(1 + s/\omega_3\right)}$$

$$\text{con } A_m = 10^{80/20} = 10^4; \quad \omega_1 = 2\pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad \omega_2 = 4\pi \cdot 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad \omega_3 = 2\pi \cdot 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Entre $L(s)$ y $A(s)$, la única diferencia es el módulo en medias ($L_m=700$) pues los polos permanecen en los mismos valores. A continuación se muestra el diagrama de Bode de $L(\omega)$:



Nota: las líneas punteadas son ayudas para el trazado de fases y otras referencias de interés.

El Margen de Fase es de aproximadamente 15° , por tanto el sumador será **estable** pero **insuficientemente** ($MF < 45^\circ$), por lo tanto la respuesta temporal del sumador será inapropiada como amplificador.

E-4.-

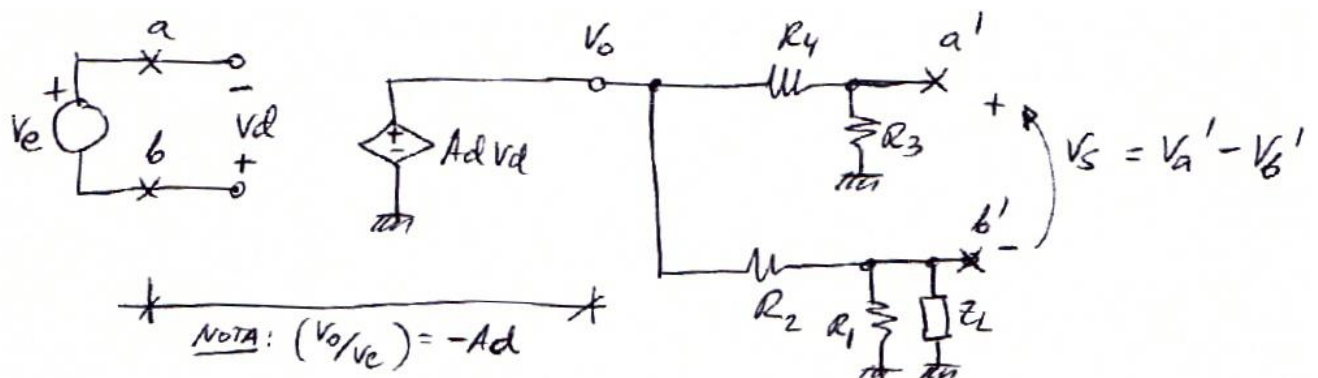
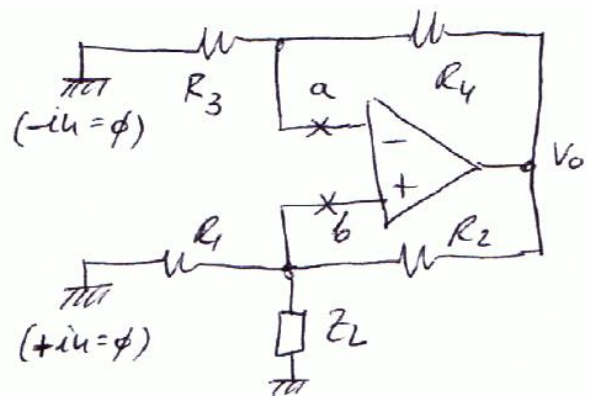
- a) El estudio de la estabilidad del *circuito Howland* es muy interesante pues se trata de un amplificador (o también un convertor V-I, o un A_V) con **dobles realimentación**: redes pasivas conectan la salida del AO con sus dos entradas (no-inversora e inversora).

Ya se demostró en su momento que dicho circuito es un convertor V-I solo si se cumplía una determinada relación entre el valor de los resistores. Aquí demostraremos que dicha condición es, además, la misma que garantiza que la Realimentación es **negativa** en su conjunto y, por tanto, el circuito puede ser usado como amplificador.

Para verificar si la realimentación es negativa, debemos obtener la ganancia de lazo, L , del amplificador.

Con el procedimiento ya habitual, obtendremos L de forma sencilla anulando los generadores de entrada (el cto. *Howland* tiene dos posibles entradas, por R_3 o por R_1 en el esquema general) y escogeremos un punto apropiado para abrir el lazo.

Considerando el AO ideal, salvo por su A_d , el punto más conveniente para abrir el lazo es la entrada del AO (puntos a-b en la figura adjunta) donde además $R_d \rightarrow \infty$. El circuito para hallar L quedaría entonces como sigue:



La *dobles realimentación* resulta ahora más evidente: la salida del AO (V_o en la figura) ataca a dos divisores de tensión, cuyas salidas (a' y b') van conectadas cada una de ellas a una entrada diferente del AO (a' a la entrada inversora y b' a la no-inversora). Las expresiones de las tensiones en dichos puntos son fáciles de hallar, pues al ser la entrada del AO ideal no hay efectos de carga debidas a R_d :

$$L = -\frac{v_s}{v_e} \left\{ \begin{array}{l} v_{a'} = v_o \frac{R_3}{R_3 + R_4} = v_o \frac{1}{1 + \frac{R_4}{R_3}} = v_o \frac{1}{1 + K_a} \leftarrow K_a = \frac{R_4}{R_3} \\ v_{b'} = v_o \frac{(R_1 \parallel Z_L)}{(R_1 \parallel Z_L) + R_2} = v_o \frac{R_1 Z_L}{R_1 Z_L + R_2(R_1 + Z_L)} = v_o \frac{1}{1 + K_b \frac{R_1 + Z_L}{R_1 Z_L}} \leftarrow K_b = \frac{R_2}{R_1} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} v_s = (v_{a'} - v_{b'}) \\ v_o = -A_d v_d \\ v_e = -v_d \end{array} \right.$$

Despejando las variables necesarias y reordenando la expresión resultante, la ganancia de lazo L vale:

$$L = -\frac{v_s}{v_e} = +\frac{v_s}{v_d} = \frac{v_{a'} - v_{b'}}{v_d} = +A_d \left[\frac{1}{1 + K_a} - \frac{1}{1 + K_b \cdot (R_1 + Z_L)/R_1 Z_L} \right] \leftarrow \left\{ \begin{array}{l} K_a = (R_4/R_3) \\ K_b = (R_2/R_1) \end{array} \right.$$

- b) A la vista de la expresión de la ganancia de lazo L , es evidente que su signo depende del de la señal v_s cuyo signo a su vez depende de qué tensión es mayor: si $v_{a'} > v_{b'}$, entonces la ganancia $L > 0$ y la realimentación es negativa; en caso contrario, la realimentación es positiva y no puede funcionar como amplificador.

Para demostrar qué tensión es mayor de las dos referidas ($v_{a'}$ en la entrada inversora o bien $v_{b'}$ en la entrada no-inversora del AO) tenemos que hacer uso de la restricción de diseño del circuito *Howland*, esto es $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$, que también podemos poner en forma de relación:

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow K_a = \frac{R_4}{R_3} = K_b = \frac{R_2}{R_1} = K$$

Si al factor que multiplica a K_b en la expresión de $v_{b'}$ lo llamamos $M = \frac{R_1 + Z_L}{R_1 \cdot Z_L}$, podemos reescribir v_s como:

$$v_s = (v_{a'} - v_{b'}) = v_o \left[\frac{1}{1+K} - \frac{1}{1+K \cdot M} \right] = v_o [N_a - N_b] \quad \leftarrow \begin{cases} N_a = \frac{1}{1+K} \\ N_b = \frac{1}{1+K \cdot M} \end{cases}$$

Mientras el factor N_a sea mayor que $N_b \rightarrow v_s > 0 \rightarrow L > 0$ y la Realimentación será negativa. Dado que la diferencia entre ambos factores está en que el denominador de N_b (por causa de la Z_L en el factor M) es mayor que el denominador de N_a , podemos deducir que mientras haya una Z_L conectada¹ al circuito *Howland* y se cumpla la relación de resistores marcada el circuito *Howland* podrá funcionar por tener realimentación negativa.

¹ Esta afirmación es clara cuando Z_L es resistiva. No obstante, comprobar que se mantiene la realimentación negativa con Z_L complejas (cargas capacitivas y/o inductivas) es igualmente posible. Adicionalmente, disponer de la expresión de la ganancia de Lazo nos permite analizar la estabilidad del circuito construido para muy diversas circunstancias y cargas.

Sección 2: análisis simple de estabilidad.

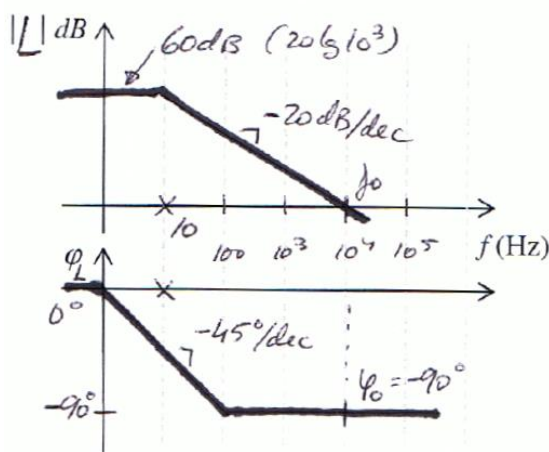
E-5.-

El amplificador que se va a realimentar tiene un solo polo (en $\omega=250$ rad/s). Por tanto, al realimentar con una red beta apropiada (constante y de valor aproximado $\beta=0,1$) la ganancia de lazo $L(\omega)$ sólo tendrá un polo: el de A_v . En consecuencia, la fase de L variará únicamente de 0 a -90 según suba ω .

Por tanto, confirmamos lo que ya (por teoría) sabíamos:

- Un amplificador cuya respuesta en frecuencia tienen un único polo, al realimentarlo negativamente con beta constante, es **incondicionalmente estable**.
- De hecho, se puede garantizar que es suficientemente estable porque su MF mínimo es de 90 grados, muy superior a los 45 que tomamos como MF mínimo para ello.

E-6.-



Si queremos $A_f = 100 \rightarrow A_f \approx \frac{1}{\beta} \rightarrow \beta = 10^{-2}$

Por tanto: $A \cdot \beta = L = 10^5 \cdot 10^{-2} = 10^3 \Rightarrow \underline{60 \text{ dB}}$

Para estudiar la estabilidad, representemos

$L = A\beta(\omega) \rightarrow$ 1 solo polo en $f_p = 10 \text{ Hz}$

$\beta = \text{cte.}$ Representamos $L(\omega)$ en Bode...

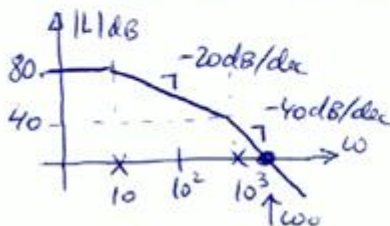
$|A\beta| = 1$ en $f_0 = 10^4 \text{ Hz}$; $\text{MF} = 180 - 90 = +90^\circ$

Con un solo polo es incondicionalmente estable

E-7.-

A1) Este amplificador (A_1) solo tiene un polo, luego será incondicionalmente estable, sea cual sea el valor de β .

A2) Tiene dos polos, luego será estable en sentido estricto. Pero hay que determinar si será "suficientemente estable". Haremos un somero estudio del caso con $\beta=1 \Rightarrow L = A \cdot \beta = A \Rightarrow L_m = \frac{10^8}{10 \cdot 10^3} = 10^4 \rightarrow 80 \text{ dB}$



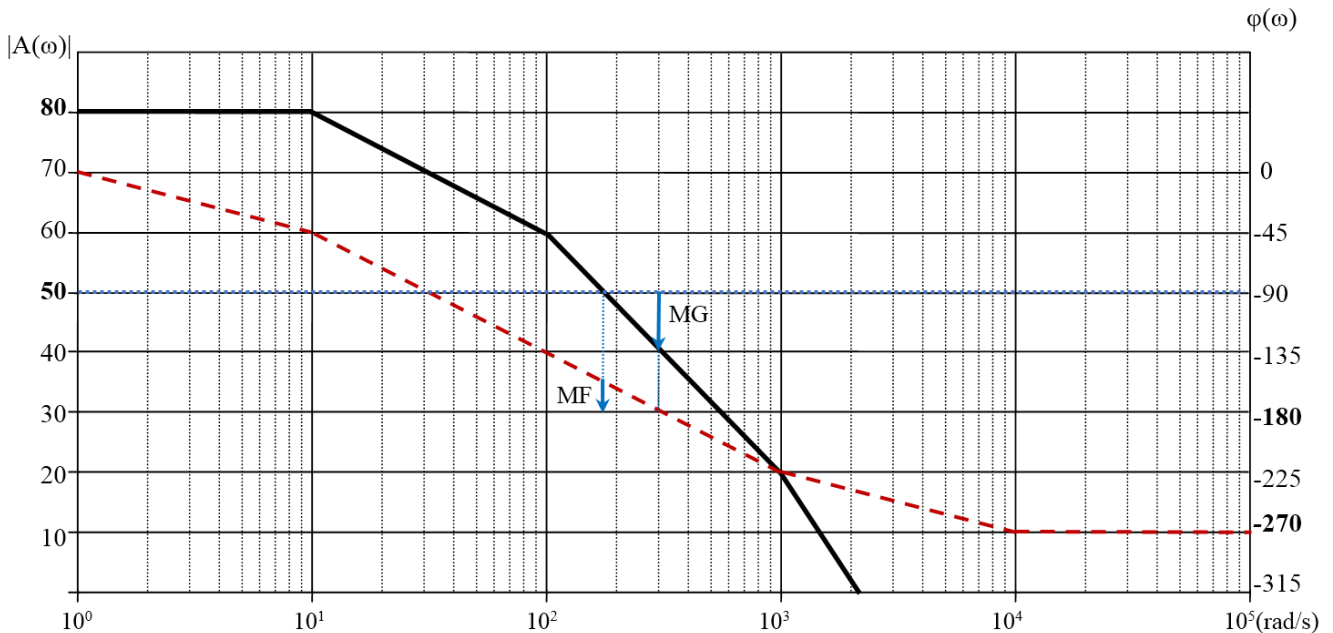
Haciendo un rápido borrador de $|L|$ en Bode

se ve fácilmente que $|L(\omega_0)| = 1$ para una $\omega_0 > 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (segundo polo). $\Rightarrow \text{MF} < 45^\circ$

y será insuficientemente estable

2 Se ve fácilmente que A_{vm} es muy grande y negativa. Por tanto, la aproximación $A\beta \gg 1$ será válida y $A_v \approx 1/\beta$. Nótese además que dado que $A\beta > 0 \Rightarrow \beta < 0$, para que la realimentación sea negativa (signo apropiado).

E-8.-



a).-

Línea discontinua sobre la gráfica.

b).-

observando la gráfica: $MG = 10 \text{ dB}$, $MF \approx 22^\circ$

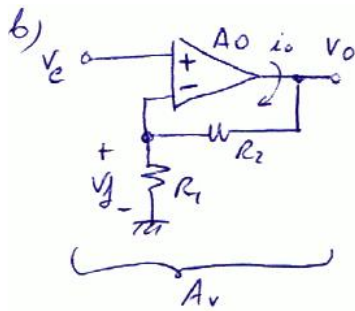
c).-

El amplificador realimentado es estable, aunque no suficientemente estable si nos ceñimos al criterio de estabilidad de $MF = 45^\circ$, ya que en nuestro caso $MF = 22^\circ$.

E-9.-

a) Dado que el AO tiene una ganancia de tensión muy elevada, de 80 dB. (lo cual se corresponde con una $A_d = 10^{80/20} = 10.000$) podemos suponer que $A\beta \gg 1 \Rightarrow A_v = A_{vf} \approx \frac{1}{\beta_v} = 20 \Rightarrow \boxed{\beta_v = \frac{1}{20}}$

Todas las unidades (de A y β) son (V/V) dado que tanto el AO como el amplificador objetivo son de tensión (Realimentación S-P).



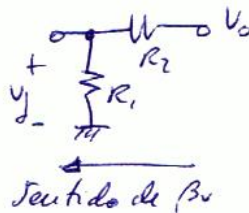
límite $i_o \Rightarrow R_T > 10k\Omega$
 $i_o = \frac{v_o}{R_T} \Rightarrow R_T = R_1 + R_2$

En suma, estamos construyendo un A_v de tipo no-inversor. La red β está formada por el divisor de tensión R_1 - R_2 :

$$\beta_v = \frac{v_f}{v_o} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{20}$$

Como se pide $R_T > 10k\Omega$:

$R_1 + R_2 > 10k\Omega$, por ejemplo:



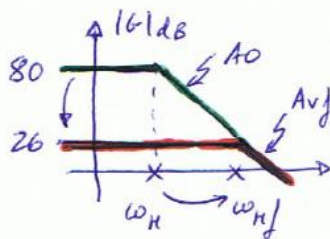
$$\boxed{R_2 = 19k\Omega \text{ y } R_1 = 1k\Omega}$$

c) Al ser el AO ideal $\Rightarrow R_i \rightarrow \infty$ y $R_o = 0 \Rightarrow$ no hay efectos de carga de β .

Por tanto: $F = 1 + A \cdot \beta = 1 + 10.000 \cdot \frac{1}{20} = 501 \approx 500$

$$A_v = A_{vf} = 20 \rightarrow 26 \text{ dB}$$

$$\omega_{Hf} = \omega_H \cdot F \rightarrow f_{Hf} = f_H \cdot F \approx 300 \text{ Hz} \cdot 500 = 150 \text{ kHz}$$



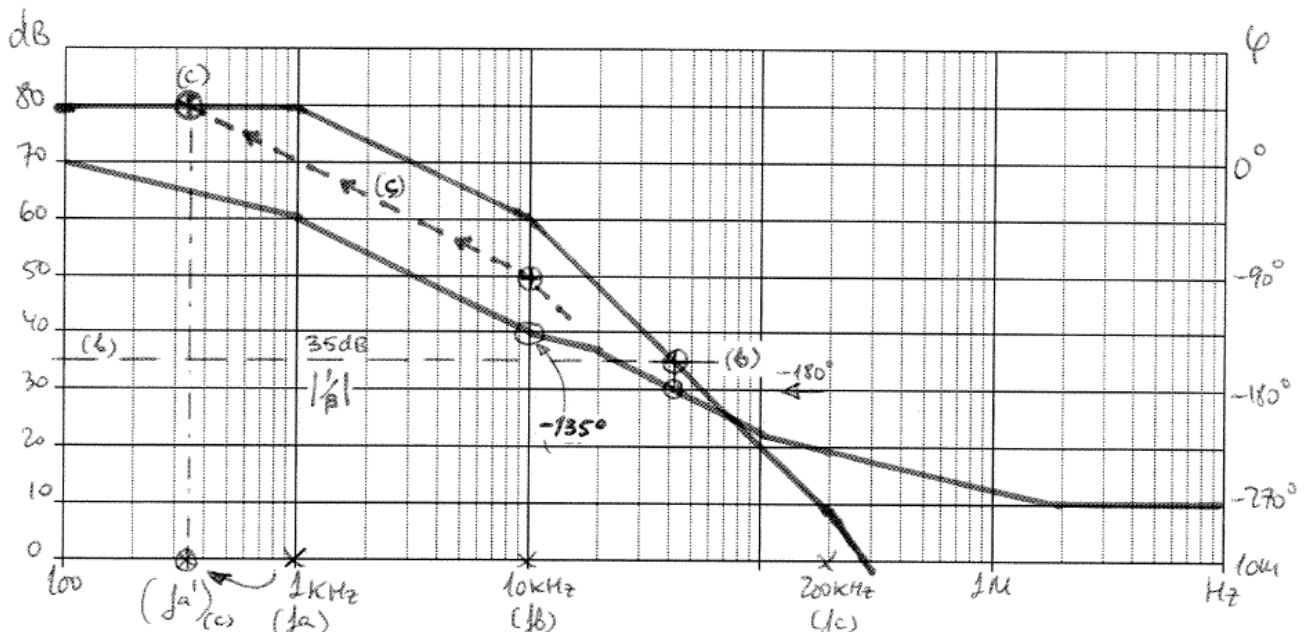
$$\boxed{BW_f = 150 \text{ kHz}}$$

d) Con un solo polo, y β de., el amplificador es incondicionalmente estable. Como la $\varphi_{\max} = -90^\circ$ (un polo) el peor MF será en todo caso $> 90^\circ$. Tomando como criterio reconocido para ser "suficientemente estable" un $MF > 45^\circ$ está claro que este amplificador lo será siempre, para cualquier β .

Sección 3: estabilidad y compensación.

E-10.-

a)



a) [Ver gráfica]. Se tiene un polo dominante en $f_a = 1 \text{ kHz}$.

Por ello, el GBW será:

$$\left. \begin{array}{l} BW = f_a = 1 \text{ kHz} \\ G = 10^{\frac{80}{20}} = 10^4 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{GBW = 10^7 \text{ Hz} (10 \text{ MHz})}}$$

b) En (b), cuando $\varphi = -180^\circ \rightarrow \text{MF} = 0^\circ \Rightarrow \left| \frac{1}{\beta} \right| \approx 35 \text{ dB}$

Como $A_f \approx \frac{1}{\beta} \rightarrow A_f \approx 35 \text{ dB} \rightarrow G_f = 10^{\frac{35}{20}} = \underline{\underline{56 \left(\frac{V}{V} \right)}}$ garantía de $\frac{56}{2}$

c) $\text{MF} = 45^\circ \rightarrow \varphi(L=0 \text{ dB}) = -135^\circ \rightarrow$ justo en el segundo polo $f_b = 10 \text{ kHz}$.

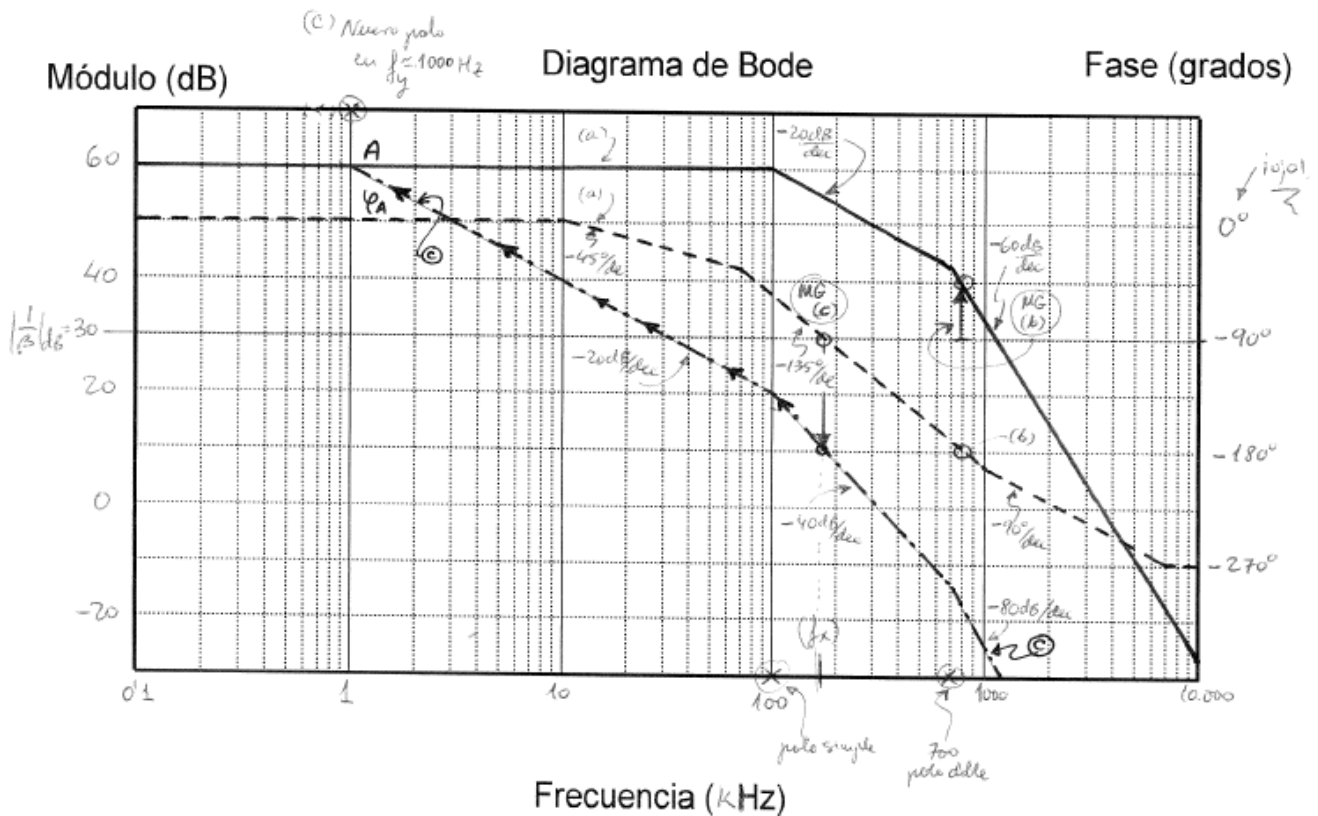
Gráficamente (línea $\leftarrow$ (c)) $\Rightarrow f_a$ pasa a $f_a' \approx 320 \text{ kHz}$ (línea $\cdots$)

Análisis trazo: $\frac{\Delta \text{dB}}{\Delta \text{dec}} = 20 \text{ dB/dec} \rightarrow \Delta \text{dec} = \frac{(80 - 50) \text{ dB}}{20 \text{ dB/dec}} = \frac{30}{20} \text{ dec} = 1.5 \text{ dec}.$

$$\boxed{f_a' = \frac{f_b}{10^{\Delta \text{dec}}} = \frac{10^4 \text{ Hz}}{10^{1.5}} = \underline{\underline{316.2 \text{ Hz}}}} \quad \boxed{GBW = \frac{316 \cdot 10^4}{BW \cdot G} = \underline{\underline{3.16 \text{ MHz}}}}$$

E-11.-

a)



Ver gráfica: (a) - Módulo A (—) ; Fase φ_A (---) *¡ojo, marque las pendientes!*

b)

Buscando el punto en donde $\angle_{AB} = \angle_A = -180^\circ$, este está en $f \approx 800 \text{ KHz}$.

Llevando esta ecuación a la curva de módulo, se tiene $|A| \approx 40 \text{ dB}$.

par tanto : $(6) \quad M_G = 0 - |L(\omega)|_{dB} = -10 \Rightarrow |L(\omega)|_{dB} = +10 \text{ dB}$
(En figure)

y como $A(\omega)|_{\phi=-180^\circ} = 40 \text{ dB} \Rightarrow L = A\beta \Rightarrow \left(\frac{1}{\beta}\right) \text{ dB} = 30 \text{ dB}$
(ver gráfico)

En consecuencia el valor de β es: $|\beta| = -30 \frac{\text{dB}}{\text{dB}} \Rightarrow \boxed{\beta = +10^{-3} = 0.001}$

c)

Como añadir un nuevo polo equivale a introducir -90° adicionales en la curva de fase ϕ_A , podemos evaluar aproximadamente.

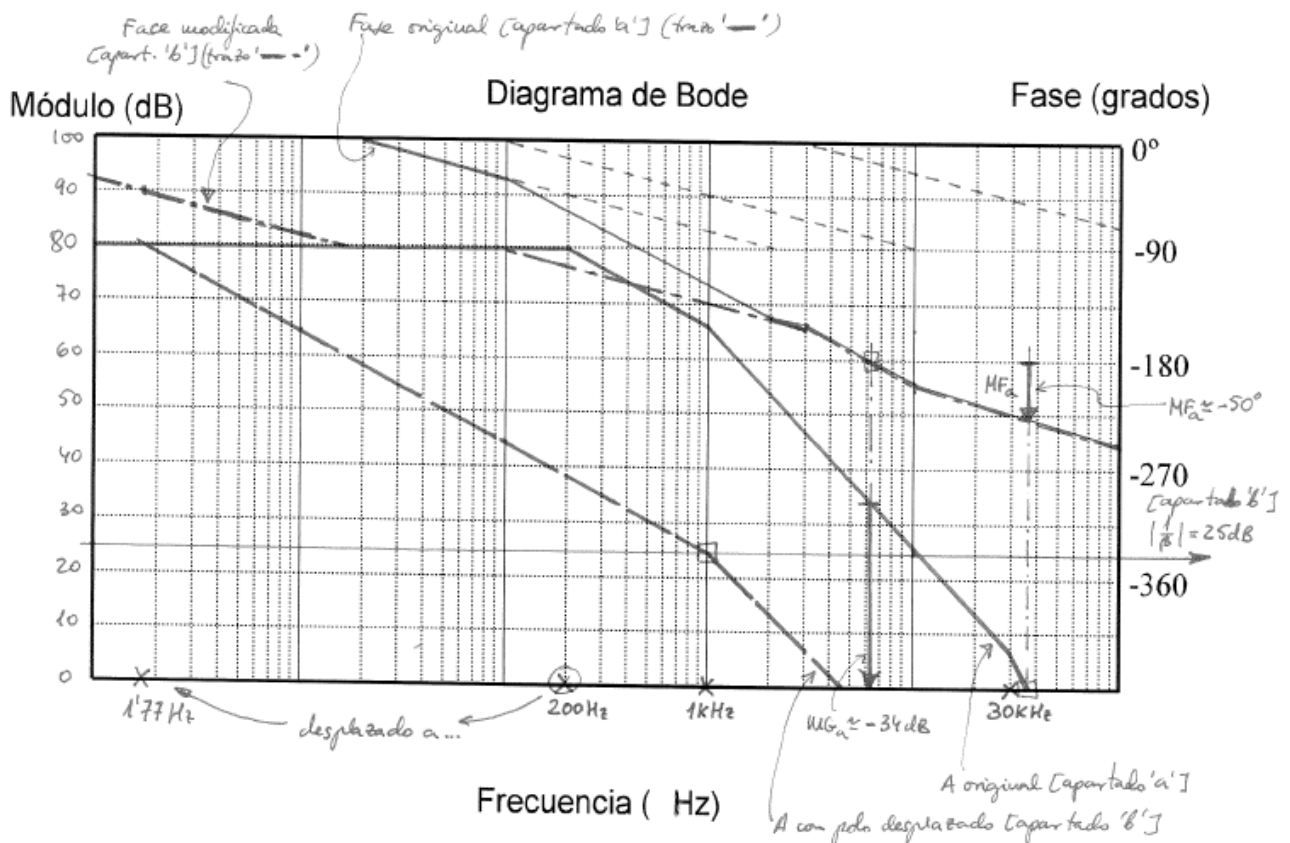
el M_G tomando el punto de $\varphi \approx -90^\circ$ (con el nuevo polo $\rightarrow -180^\circ$)

(c) $M_G = +20\text{dB} \rightarrow f_x \approx 190\text{KHz}$ (con 200KHz), por tanto ya
(En figura) tendrá efecto el polo de 100KHz .

De esta forma, para buscar la posición del nuevo polo habrá que iniciar el trazado hacia atrás desde ' f_x ' con una pendiente de -40dB/dec. , a partir de 100 , con -20dB/dec. De esta

forma, se encontrará el nuevo polo en $f_y \approx 1000\text{KHz}$ (1MHz)
[trazado (c) $\rightarrow (- \cdot \leftarrow \rightarrow)$]

E-12.-



a) Tras el trazado del diagrama de Bode se obtiene, con β unitaria:

$$\begin{aligned} M_F &= \varphi_{M=0} + 180 \approx -230^\circ + 180^\circ = -50^\circ \text{ en } f_x \approx 35\text{KHz} \\ M_G &= 0 - G/\varphi_{-180} \approx -34\text{dB} \text{ en } f_y \approx 6\text{KHz} \end{aligned} \rightarrow \text{ES INESTABLE}$$

Dado que se trata de $\beta = 1$ (0dB) el amplificador no podrá ser incondicionalmente estable sino 'POTENCIALMENTE INESTABLE', pues habrá valores de β que permitan obtener amplificadores estables o no.

b)

Se desplazaría f_1 (200Hz) a frecuencias menores. Para resolver el problema podemos utilizar el valor de f_2 (1KHz) como referencia pues, si f_1 pasara a ser dominante ($f_1' \ll f_2$) se tendría que: $-\phi(f_2) \approx 90^\circ \text{ de } f_1' + 45^\circ \text{ de } f_2 + 0^\circ \text{ de } f_3 \approx 135^\circ$

Con lo que $\omega_F(f_2) \approx 45^\circ$.

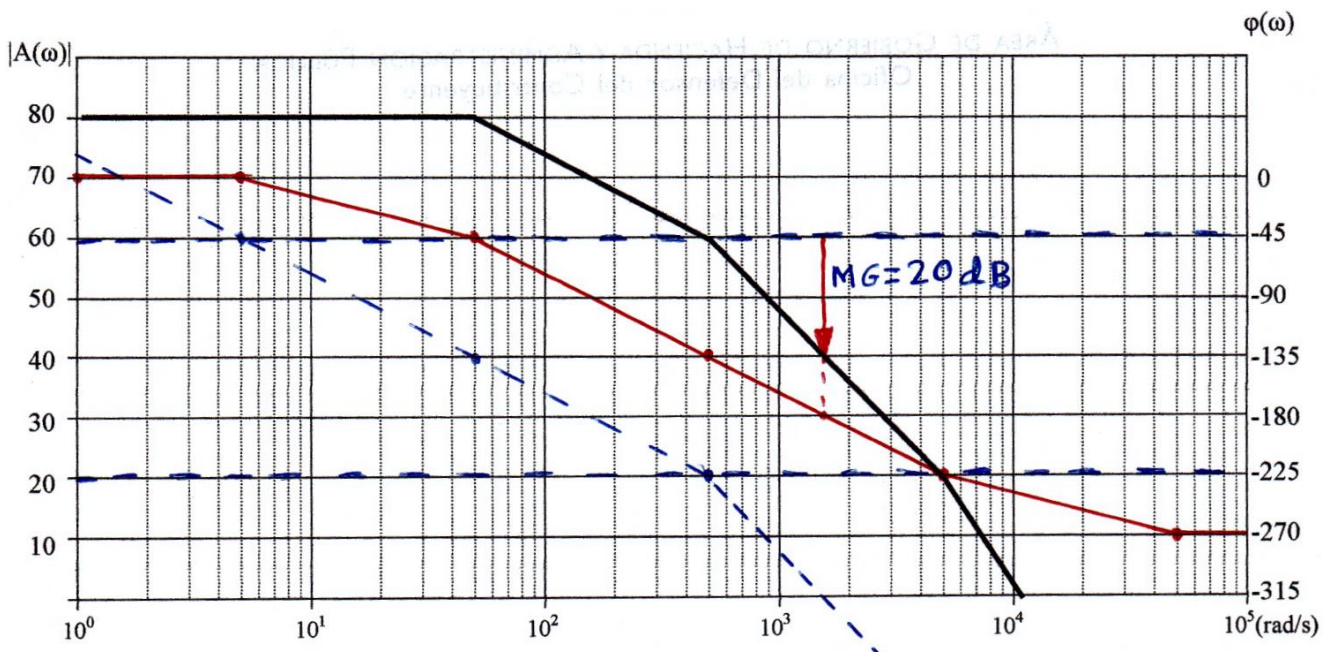
Con $A_f = 25\text{dB} \rightarrow \text{c.e. } \frac{1}{\beta} \approx 25\text{dB} \rightarrow \text{nuevo trazado en } (- - -)$

Matemáticamente:

$$\# \text{décadas} = \frac{|A_m|_{\text{dB}} - |1/\beta|_{\text{dB}}}{|\text{pendiente}|} = \frac{80 - 25}{20} = \frac{55}{20} = 2.75$$

$$\frac{f_2}{f_1'} = 10^{\# \text{déc.}} \rightarrow \left[f_1' = \frac{f_2}{10^{\#}} = \frac{1000}{10^{2.75}} = \frac{1000}{562} = 1.77 \text{ Hz} \right]$$

E-13.-



a) obsérvese la gráfica.

b) Para conseguir un $MG = 20\text{dB}$, la ganancia en lazo cerrado debe de ser 60dB (ver gráfica)..

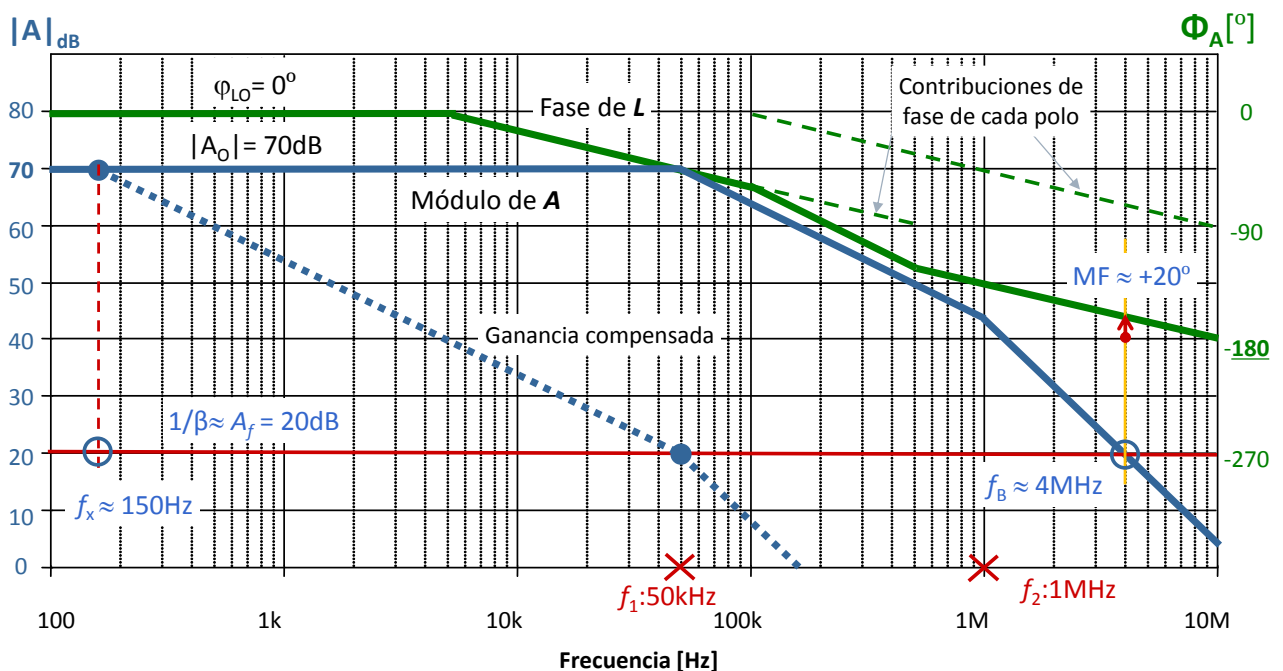
c) El polo más bajo, $p_1 = 50\text{rad/s}$, tiene que pasar a un nuevo valor p_1' , de modo que al llegar al segundo polo, $p_2 = 500\text{rad/s}$ ($MF = 45^\circ$), la ganancia de lazo sea de 0dB :

$$\frac{\Delta\text{dB}}{\Delta\text{dec}} = 20\text{dB/dec} \rightarrow \Delta\text{dec} = \frac{60\text{dB}}{20\text{dB/dec}} = 3\text{dec}$$

$$p_1' = \frac{p_2}{10^{\Delta\text{dec}}} = \frac{500\text{rad/s}}{10^3} = \underline{\underline{0.5\text{rad/s}}}$$

E-14.-

- a) Consulte el gráfico incluido en esta solución. El módulo de A está representado en azul (escala en dB, a la izquierda).
- b) Consulte el gráfico. La fase de L está representada en verde (escala en grados, a la derecha). Nótese que la fase debe comenzar en cero, dado que $L = A \cdot \beta = (-3150) \cdot (-1/10) = +315$ (unos 50dB).
- c) En el gráfico se muestra el valor del **margen de fase**, $MF \approx +20^\circ$. Esto sucede a una frecuencia $f_B \approx 4\text{MHz}$, donde el módulo de $L = 0\text{dB}$. Nótese que el Margen de Ganancia, MG , no se puede hallar, dado que (por definición) este margen se define para aquella frecuencia, f_A , para la cual la fase cruza el valor 180° , y eso no sucede más que en $f \rightarrow \infty$, dado que **sólo tenemos dos polos en L** .



- d) Hemos de añadir un nuevo polo, f_x , en frecuencias más bajas que el segundo polo, donde la fase es la buscada de -135° (para el $MF = -45^\circ$). Ese segundo polo sería ahora el situado en 50kHz : f_A .

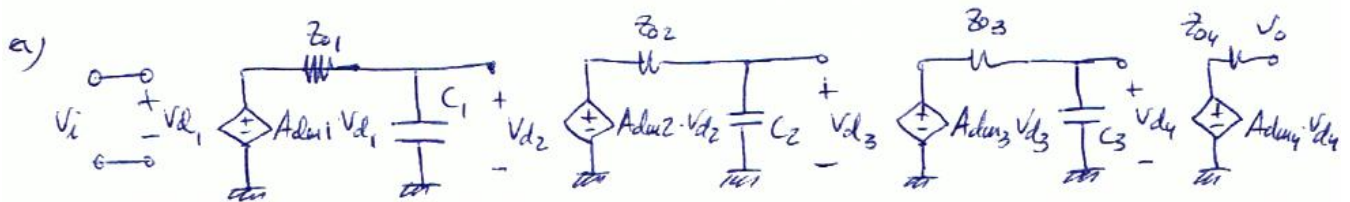
Por tanto, gráficamente trazamos hacia la izquierda una recta de pendiente -20dB/dec hasta encontrar el valor de la ganancia en medias de L (ver línea punteada en el gráfico): el corte sería el valor del polo a añadir, que resulta estar aproximadamente en: $f_x \approx 150\text{Hz}$.

Analíticamente, sabemos lo siguiente: la pendiente del tramo, $m = -20\text{dB/dec}$; el valor del salto en dB, $\Delta\text{dB} = 50\text{dB}$; y la frecuencia final del tramo, $f_1 = 50\text{kHz}$. Con esos datos, podemos escribir la ecuación de la recta en Bode (ojo: ejes semilogarítmicos), y despejar el valor de la f_x buscada:

$$m = \frac{\Delta\text{dB}}{\Delta\text{dec}} \Rightarrow -20 \frac{\text{dB}}{\text{dec}} = \frac{-50\text{dB}}{\Delta\text{dec}} \Rightarrow \log \frac{f_1}{f_x} = \Delta\text{dec} = \frac{-50}{-20} = 2,5 \Rightarrow f_x = f_1 \cdot 10^{-2,5} = 158\text{Hz}$$

El cálculo nos da 158Hz , que es muy similar a la estimación que hemos realizado gráficamente.

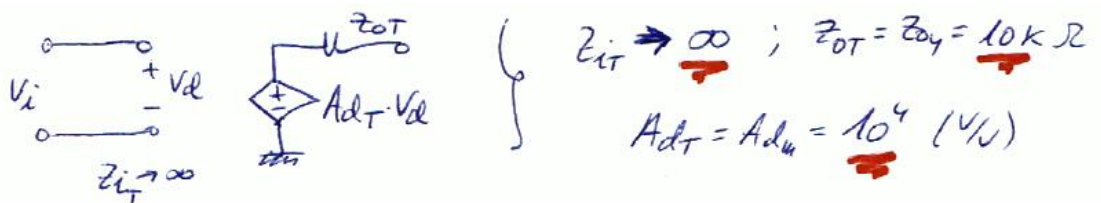
E-15.-



b) En frecuencias medias, las capacidades C_i son dos abiertos, así que tendremos:

$$V_o = A_{dm4} \cdot V_{d4} = A_{dm4} \cdot A_{dm3} \cdot V_3 = \dots = A_{dm1} \cdot A_{dm2} \cdot A_{dm3} \cdot A_{dm4} \cdot V_i$$

Por tanto, el modelo global del amplificador de cuatro etapas, en medias, es:



c) Cada C_i , introduce una estructura paso bajo, tipo: $\frac{1}{1 + s/\omega_i} \leftarrow \omega_i = R_i \cdot C_i$

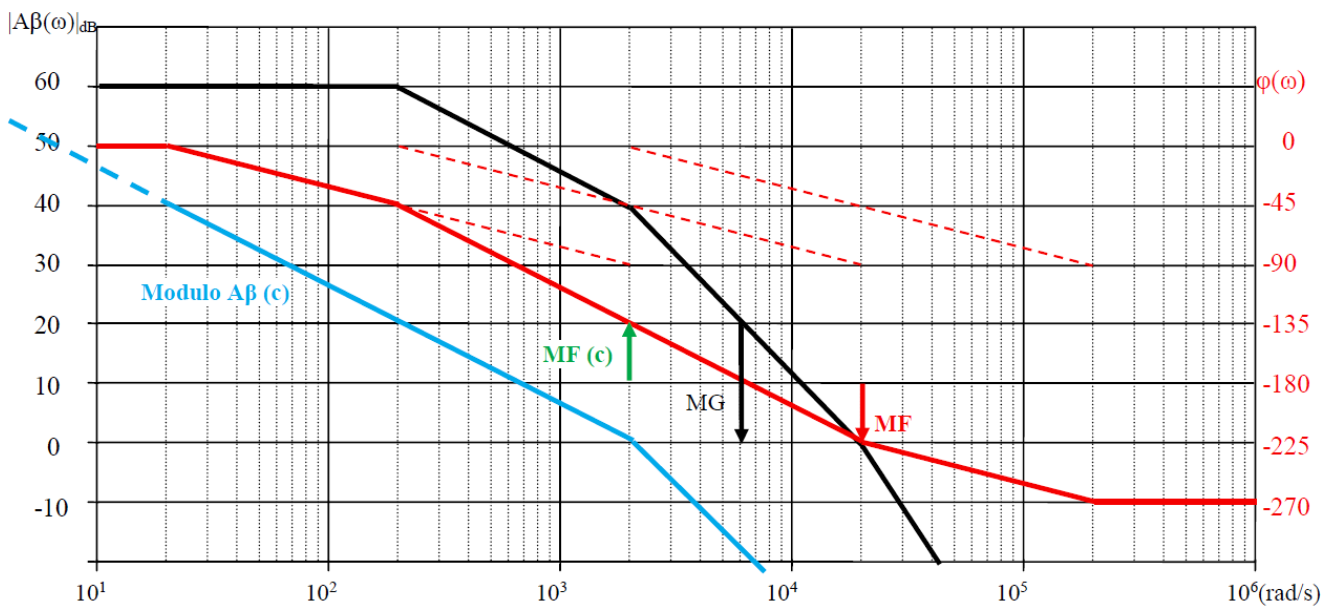
Por tanto, tenemos tres polos en: $\omega_1 = \frac{1}{R_{01} \cdot C_1} = \frac{1}{10^4 \cdot 10^{-6}} = 10^2 \text{ rad/s}$ ✓

$\omega_2 = \frac{1}{R_{02} \cdot C_2} = \frac{1}{10^4 \cdot 10^{-7}} = 10^3 \text{ rad/s}$ ✓

$\omega_3 = \frac{1}{R_{03} \cdot C_3} = \frac{1}{10^4 \cdot 10^{-8}} = 10^5 \text{ rad/s}$ ✓

y
$$A_v(s) = A_{dm} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_1}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_2}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_3}} = \frac{10^4}{(1 + 10^{-2}s)(1 + 10^{-3}s)(1 + 10^{-5}s)}$$

E-16.-



b) A la vista de la gráfica, $MG = -20\text{dB}$, $MF = -45^\circ$ $\Rightarrow$ INESTABLE

Clave de colores: Fase de $A\beta$ en color rojo; MG, flecha en negro; MF, flecha en rojo.

c) $MF = 45^\circ \rightarrow$ El polo más bajo ($2 \cdot 10^2 \text{ rad/s}$) hay que desplazarlo a una ω_x tal, que la ganancia del lazo en el segundo polo caiga a 0dB :

$$60 = 20 \cdot \log \frac{2 \cdot 10^3}{\omega_x} ; \quad 10^3 = \frac{2 \cdot 10^3}{\omega_x} ; \quad \underline{\omega_x = 2 \text{ rad/s}}$$

Clave de colores: MF deseado, flecha en verde; módulo de $A\beta$ necesario, en azul.

Al salirse el módulo de $A\beta$ de la gráfica, la solución más apropiada es la analítica realizada aquí.

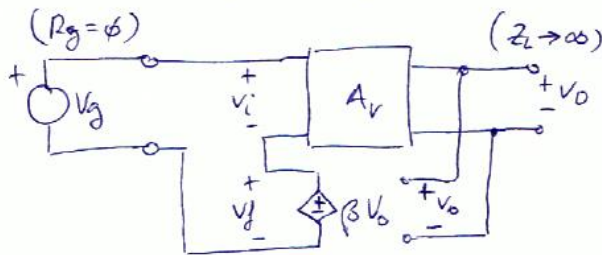
d) El condensador a modificar es C_1 por fijar el polo más bajo. Su nuevo valor se determinará así:

$$\omega_x = \frac{1}{Z_0 \cdot C_1} ; \quad C_1 = \frac{1}{Z_0 \cdot \omega_x} = \frac{1}{10^4 \cdot 2} = 5 \cdot 10^{-5} = \underline{\underline{50 \mu\text{F}}}$$

E-17.-

a)-

Como se quiere obtener una $A_f = 30 \text{ (V/V)} \rightarrow$ el tipo de Realimentación necesaria será Serie (V_i)-Paralelo (V_o). Por tanto, la conexión de ambas redes (el A y la red β) será como sigue: (Supuestas β , gen. y carga ideales)



$$A_{vm} = 10^{\frac{80 \text{ dB}}{20}} \left(\frac{\text{V}}{\text{V}}\right) = 10^4 \left(\frac{\text{V}}{\text{V}}\right)$$

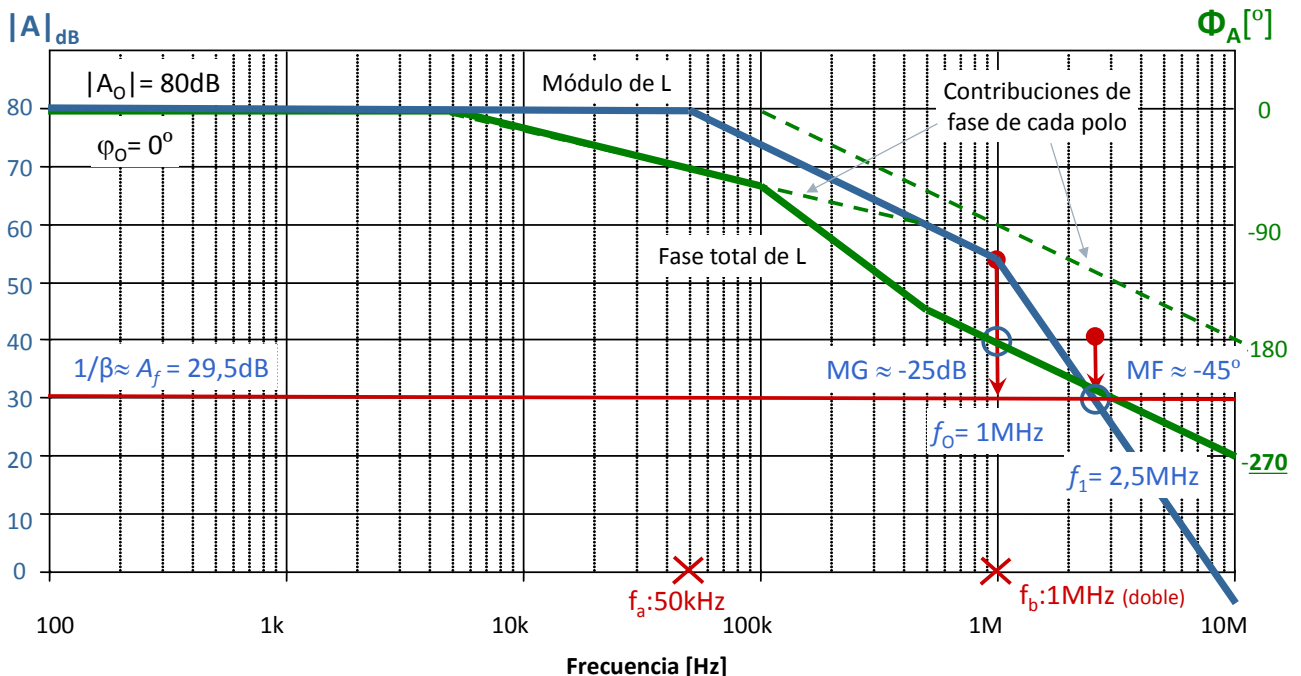
$$A_{vm} = 30 \rightarrow \text{Si suponemos } A\beta \gg 1 \dots$$

$$\rightarrow A\beta \gg 1 \Rightarrow A_f \approx \frac{1}{\beta} \Rightarrow \boxed{\beta_v = \frac{1}{30} \left(\frac{\text{V}}{\text{V}}\right)}$$

b)-

Véase la solución sobre el siguiente gráfico: note que $A_f = 30 \Rightarrow \boxed{A_f / \text{dB} = 29.5 \text{ dB}}$ por lo que el eje lo desplazamos: $\frac{1}{\beta} / \text{dB} \approx 30 \text{ dB}$

$$\boxed{MG \approx -25 \text{ dB, en } f_0 = 1 \text{ MHz}} ; \boxed{MF \approx -45^\circ, \text{ en } f_1 = 2.5 \text{ MHz}}$$



c)-

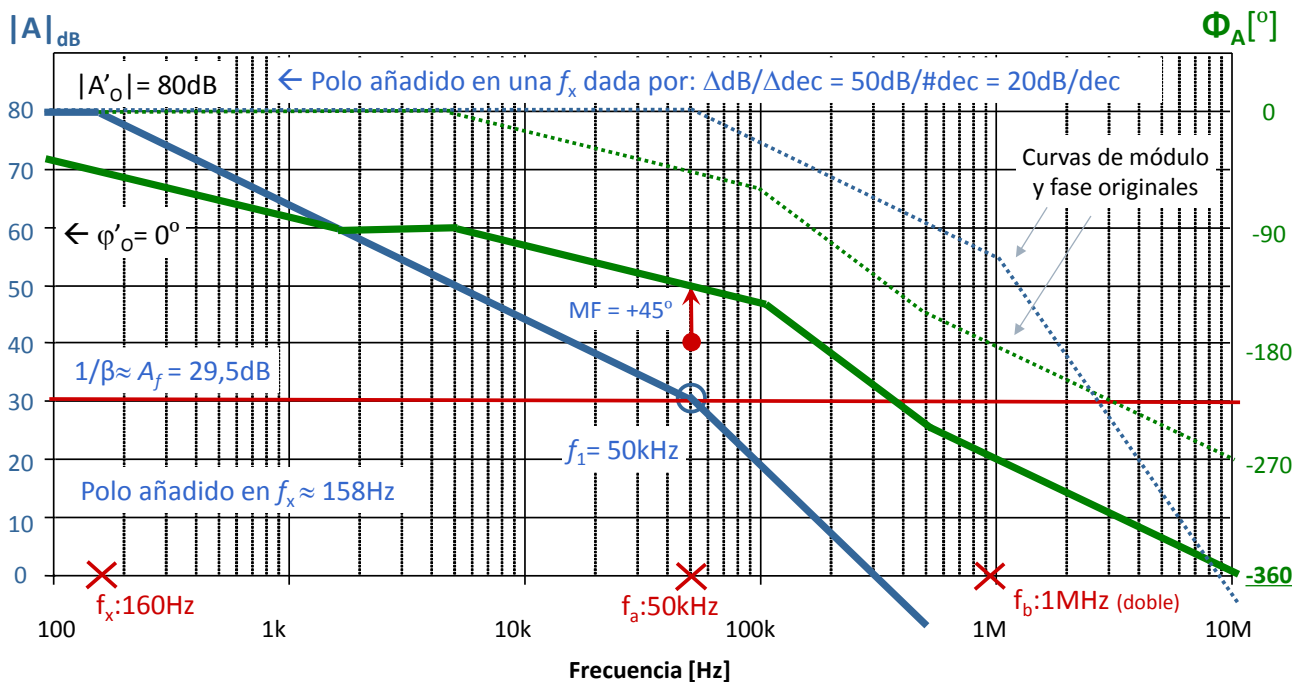
Buscamos poder tener $|L(\omega)| = 1$ (en 0 dB) a la frecuencia en que encontraríamos el "segundo polo". Si este segundo polo puede considerarse aislado (esto es: a más de 1 década de los más próximos), entonces se

tendrá a esa frecuencia, (f_1), la fase deseada para un $MF \approx +45^\circ$
 A saber: $\phi_{\text{total}}(f_1) = \phi_{\text{polo1}}(f_1) + \phi_{\text{polo2}}(f_1) \approx -90^\circ - 45^\circ = -135^\circ$

Al aplicarse una técnica de "adición de polo", el segundo polo del caso "compensado", sería el primer polo del caso sin-compensar $\Rightarrow f_p = 50 \text{ kHz}$, pues el polo añadido debería estar en frecuencias superiores a él.

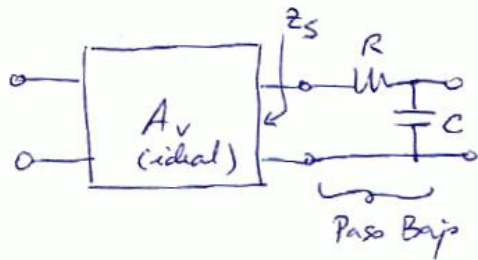
Operamos: polo añadido en (f_x) $\Rightarrow \frac{\Delta \text{dB}}{\Delta \text{dec}} = 20 \text{ dB/dec} \Rightarrow \begin{cases} \Delta \text{dB} = 50 \text{ dB} \\ \Delta \text{dec} = \lg f_a - \lg f_x = \lg \frac{f_a}{f_x} \end{cases}$

$$\Rightarrow \Delta \text{dec} = 50 \text{ dB} / 20 \text{ dB/dec} = 2.5 = \lg \frac{f_a}{f_x} = \lg \frac{50 \text{ kHz}}{f_x} \Rightarrow f_x = \frac{50 \text{ kHz}}{10^{2.5}} = 158 \text{ Hz}$$



d)-

Para añadir un polo en la salida de A_v , podemos usar una simple célula RC paso-bajo (orden 1).



Si $z_s = \phi \rightarrow$ la célula RC no carga al A_v y el polo estará en:

$$\omega_p = \frac{1}{RC} \rightarrow f_p = \frac{1}{2\pi RC}$$

Como queremos el polo en $f_x = 158 \text{ Hz} \Rightarrow \omega_x = 992.7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Y despejando se tiene: $RC = \frac{1}{\omega_p} = 10^{-3} \text{ s} \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \text{podemos elegir } R \text{ y} \\ \text{calcular } C \text{ ó viceversa} \end{array} \right.$

Por ejemplo: $R = 1 \text{ k}\Omega \Rightarrow C = 1 \mu\text{F}$